Φύλλο Εργασίας

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΗΚΟΥΣ – ΑΝΑΚΑΛΥΨΗ ΕΝΟΣ ΦΥΣΙΚΟΥ ΝΟΜΟΥ

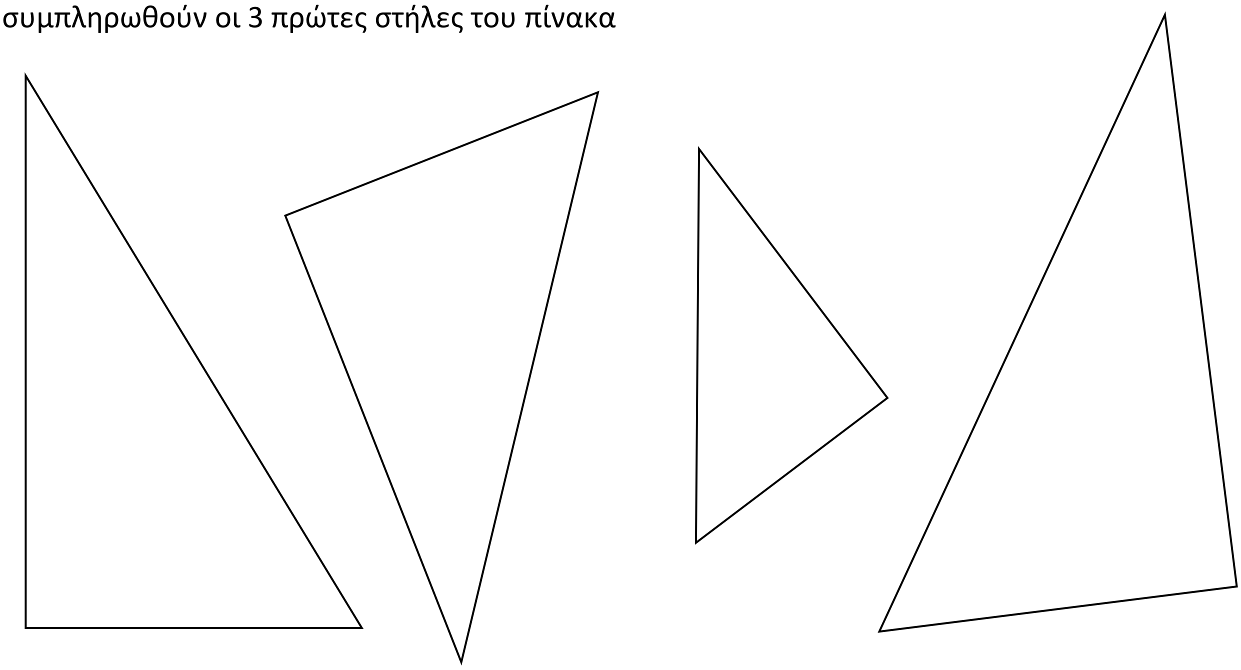
Ονοματεπώνυμα ομάδας:

……………………………………………… ………………………………………………………

……………………………………………… ………………………………………………………

Βήμα 1^ο^

Παρακάτω είναι ζωγραφισμένα 4 ορθογώνια τρίγωνα. Μετρήστε με το χαρακάκι σας τις κάθετες πλευρές και την υποτείνουσα του κάθε τριγώνου και συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα. Τις τιμές θα τις γράψετε με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου και με τις μονάδες τους. Έτσι θα συμπληρωθούν οι 3 πρώτες στήλες του πίνακα



Υποτείνουσα α	1η κάθετος β	2η κάθετος γ	α^2	β^2	γ^2	$\beta^2+\gamma^2$	$\alpha^2/(\beta^2+\gamma^2)$

Μονάδες 6

Βήμα 2ο

Χρησιμοποιώντας ένα κομπιουτεράκι συμπληρώστε τις υπόλοιπες στήλες του πίνακα. Προσοχή! Σε όλες τις στήλες θα γράψετε τους αριθμούς με δύο ψηφία κάνοντας τη σωστή στρογγυλοποίηση και με τις σωστές μονάδες.

Μονάδες 4

Βήμα 3ο

Παρατηρώντας τις τιμές της τελευταίας στήλης σε ποιο γενικό συμπέρασμα μπορείτε να καταλήξετε; Γράψτε με δικά σας λόγια το συμπέρασμα στο οποίο καταλήξατε

Μονάδες 6

Πρόβλημα για το σπίτι

Το μήκος μίας σκάλας είναι 1,5m. Στηρίζουμε τη σκάλα στον τοίχο σε απόσταση 0,5m από αυτόν. Σε πόσο ύψος από το έδαφος ακουμπάει η σκάλα στον τοίχο;

Μονάδες 4

Για τον καθηγητή:

Τι ονομάζουμε αβέβαιο ψηφίο

Μία μέτρηση ενός φυσικού μεγέθους δεν ταυτίζεται ποτέ με την πραγματική τιμή του μεγέθους. Το πόσο θα πλησιάσει η πειραματική τιμή στην πραγματική εξαρτάται από την ακρίβεια των οργάνων, την μεθοδολογία της μέτρησης, την ικανότητα του πειραματιστή κλπ. Επομένως κάθε μέτρηση συνοδεύεται από ένα σφάλμα ή αβεβαιότητα.

Σε κάθε μέτρηση εκτός από τα ψηφία που δείχνουν το όργανο, προσθέτουμε πάντα στο τέλος ένα ψηφίο κατ' εκτίμηση το οποίο είναι αβέβαιο.

Όταν ένα όργανο είναι αναλογικό προσθέτουμε ως αβέβαιο ψηφίο το μισό της κλίμακας. Όταν είναι ψηφιακό τότε επειδή δεν ξέρουμε τον τρόπο που κάνει το όργανο την προσέγγιση το αβέβαιο ψηφίο είναι το τελευταίο της ένδειξης

Έτσι αν μετρήσουμε ένα μήκος και το βρούμε ίσο με 234 cm το αποτέλεσμα το γράφουμε ως 234,5cm. αυτό σημαίνει ότι για τα ψηφία 2, 3 και 4 είμαστε βέβαιοι. Για την τιμή του τελευταίου δεν είμαστε βέβαιοι. Επειδή όμως την ίδια αβεβαιότητα 0,5 έχουμε και για την αρχή και για το τέλος της μέτρησης, γι αυτό ως αβέβαιο ψηφίο λαμβάνουμε το τελευταίο ψηφίο της μέτρησης. Έτσι αν μετρήσουμε ένα μήκος 234cm το αβέβαιο ψηφίο μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι το 4.
Την ίδια μεθοδολογία, δηλαδή να παίρνουμε το αβέβαιο ψηφίο το τελευταίο της ένδειξης και να μην προσθέτουμε το 0,5 το χρησιμοποιούμε κατά σύμβαση και στους ογκομετρικούς σωλήνες γιατί υπάρχει πολύ μικρή διακριτική ικανότητα.

Μέσα από το παράδειγμα της πειραματικής απόδειξης του πυθαγορείου θεωρήματος, μπορούμε να αναδείξουμε τις έννοιες των σημαντικών ψηφίων και του σφάλματος. Πχ να εξηγήσουμε γιατί μετά από τους πολλαπλασιασμούς ή τις διαιρέσεις κρατάμε τον αριθμό των ψηφίων σταθερό που εν προκειμένω είναι τα δύο ψηφία.

Έστω λοιπόν ότι μία πλευρά ενός τριγώνου τη μετρήσαμε και την βρήκαμε ίση με 7,7cm.
Τότε το τετράγωνο της πλευράς θα κυμαίνεται από $7{,}6^2$ = **57,76 cm^2** έως $7{,}8^2$ = **60,84 cm^2**. Έτσι θα είναι εντελώς άστοχο να γραφτεί το αποτέλεσμα ως $7{,}7^2$ = 59,29 cm^2 . Και αυτό γιατί η διακύμανση του εμβαδού είναι ίση με 60,84-57,76 = 3,08 cm^2 πολύ μεγαλύτερη από τα δύο τελευταία δεκαδικά του αποτελέσματος 59,29 cm^2 . Αν θέλαμε να είμαστε συνεπείς στον κανόνα που αναφέραμε παραπάνω σχετικά με το ότι το αβέβαιο θα πρέπει να είναι το τελευταίο ψηφίο, θα ήταν πιο σωστό να γράψουμε το αποτέλεσμα ως 59 cm^2 . Αυτός είναι ο λόγος που κρατάμε στο παράδειγμά μας 2 μόνο ψηφία. Γιατί έτσι το αβέβαιο ψηφίο είναι το τελευταίο.

Καταλήγουμε έτσι στον παρακάτω κανόνα:
Όταν πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε δύο φυσικά μεγέθη το αποτέλεσμα το γράφουμε με τόσα ψηφία ώστε το τελευταίο να είναι το αβέβαιο.

Τι ονομάζουμε σημαντικά ψηφία

Α) τα μηδενικά στο τέλος ενός πειραματικού αποτελέσματος

Εάν ζυγίσουμε με μία ζυγαριά ένα σώμα και το βρούμε 2,6 g αυτό σημαίνει ότι η ζυγαριά μας έχει ακρίβεια 0,1 g. Αν χρησιμοποιήσουμε όμως μία άλλη ζυγαριά μεγαλύτερης ακρίβειας και ζυγίζοντας το ίδιο σώμα διαβάζουμε στην οθόνη 2,63 g αυτό σημαίνει ότι η ζυγαριά μας μετράει με ακρίβεια 0,01 g. Έστω ότι βάζουμε ένα σώμα στη δεύτερη ζυγαριά και αυτή δείχνει 4,00 g. Θα ήταν λάθος να το γράψουμε 4 g αφού μία τέτοια γραφή δεν θα δήλωνε την ακρίβεια της μέτρησης (δεν θα φανέρωνε ποια από τις δύο ζυγαριές χρησιμοποιήσαμε). Άρα για να διατηρήσουμε τον κανόνα που λέει ότι το τελευταίο ψηφίο είναι το αβέβαιο, θα πρέπει στη γραφή ενός πειραματικού αποτελέσματος να διατηρούμε τα μηδενικά που βρίσκονται στο τέλος του αριθμού. Τα μηδενικά αυτά καθορίζουν την ακρίβεια της μέτρησης, άρα φανερώνουν εν προκειμένω και ποια ζυγαριά χρησιμοποιήσαμε.

Β) τα μηδενικά που βρίσκονται στην αρχή ενός πειραματικού αποτελέσματος

Έστω ότι μετράμε το μήκος ενός αντικειμένου και το βρίσκουμε 4,3cm. Μετατρέποντας το αποτέλεσμα σε μέτρα, το αποτέλεσμα της μέτρησης είναι 0,043m. Γράφοντας έτσι το αποτέλεσμα δεν σημαίνει προφανώς ότι άλλαξε και η ακρίβεια της μέτρησης. Άρα τα μηδενικά που βρίσκονται στην αρχή ενός πειραματικού αποτελέσματος δεν σχετίζονται με την ακρίβεια της μέτρησης.

Από τα παραπάνω μπορούμε πλέον να κατανοήσουμε τον παρακάτω ορισμό και κανόνα.

Ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων καθορίζει το αποτέλεσμα καθώς και την ακρίβεια μίας μέτρησης. Για τον υπολογισμό των σημαντικών ψηφίων δεν υπολογίζονται τα μηδενικά που βρίσκονται μπροστά από τον αριθμό, ενώ αντιθέτως υπολογίζονται τα μηδενικά που βρίσκονται στο τέλος του αριθμού.

Εφαρμογή:

23,4 3 σημαντικά ψηφία
0,03 1 σημαντικό ψηφίο
2,300 4 σημαντικά ψηφία

Αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε δύο αριθμούς με διαφορετικό αριθμό σημαντικών ψηφίων, το αποτέλεσμα το δίνουμε με τόσα σημαντικά ψηφία όσα έχει ο αριθμός με τα λιγότερα.

Άρα στο πείραμα επαλήθευσης του πυθαγόρειου θεωρήματος, κρατάμε πάντα 2 ψηφία στους υπολογισμούς μας, αφού τόσα είναι τα σημαντικά ψηφία των αρχικών μας μετρήσεων.

ΓΙΑΤΙ ΔΕΝ ΠΕΤΥΧΑΙΝΟΥΝ ΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ;

Θέλουμε να κάνουμε ένα πείραμα που να επαληθεύσουμε ότι ένας αντιστάτης του εμπορίου υπακούει στο νόμο του Ωμ. Εφαρμόζουμε στον αντιστάτη διάφορες τάσεις και μετράμε κάθε φορά το ρεύμα. Το πηλίκο που εκφράζει σύμφωνα με τον τύπο R=V/I την αντίσταση του αντιστάτη θα πρέπει να προκύπτει πάντα το ίδιο. Κάνουμε τις πράξεις και καταλήγουμε σε παταγώδη αποτυχία. Κανένα πηλίκο δεν είναι ίσο με το άλλο. Τότε προσπαθούμε να αιτιολογήσουμε στους μαθητές τα αδικαιολόγητα, λέγοντάς τους ότι τα πηλίκα δεν βγαίνουν τα ίδια λόγω σφαλμάτων αλλά είναι περίπου τα ίδια κλπ. Το αποτέλεσμα είναι ότι αποφεύγουμε να ξανακάνουμε το πείραμα και επιστρέφουμε στον πίνακα που όλα βγαίνουν όπως ακριβώς τα θέλουμε και όπως τα περιγράφει η θεωρία. Τελικά όμως δεν ευθύνεται το πείραμα για την αποτυχία. Ευθύνεται η λάθος μεθοδολογία που χρησιμοποιούμε. Αν ακολουθήσουμε τη σωστή μεθοδολογία, τότε το πείραμα θα επαληθεύσει τη θεωρία. Αν δεν συμβεί αυτό, τότε τόσο χειρότερο για τα τη θεωρία και όχι για το πείραμα.

Ας αναφερθούμε σε ένα κλασσικό πείραμα που πρέπει να κάνουμε στην Α' Γυμνασίου αλλά και στην Α' Λυκείου. Το πείραμα είναι η μέτρηση της πυκνότητας ενός σώματος. Της πλαστελίνης για παράδειγμα. Το ζητούμενο είναι ότι θα πρέπει το πείραμα να καταλήγει στο συμπέρασμα ότι το πηλίκο της μάζας προς τον όγκο, είναι πάντα το ίδιο με βάση τον τύπο d=M/V, ανεξάρτητα της μάζας και του όγκου της πλαστελίνης, αφού η πυκνότητα είναι μία χαρακτηριστική ιδιότητα ενός ομογενούς σώματος. Αν όμως κάνουμε το πείραμα θα καταλήξουμε σε αποτυχία αν δεν ακολουθήσουμε τους κανόνες των σημαντικών ψηφίων. Κάθε πηλίκο που θα υπολογίζουμε από τη διαίρεση μάζας προς τον όγκο θα είναι διαφορετικό.

Π.χ

Έστω ότι μετρήσαμε τη μάζα μίας ποσότητας πλαστελίνης και τη βρήκαμε 23,48 g

Μετρήσαμε και τον όγκο και τον βρήκαμε 11mL

Η πυκνότητα της πλαστελίνης θα πρέπει να έχει δύο σημαντικά ψηφία όσα και ο όγκος που έχει τα λιγότερα σημαντικά ψηφία. Άρα το αποτέλεσμα θα πρέπει να γραφτεί ως 2,1 g/mL και όχι 2.13454545455 g/mL που γράφει ένα κομπιουτεράκι. Αν ακολουθήσουμε την ίδια μεθοδολογία σε όλα τα πηλίκα, τότε τα πηλίκα θα βγουν τα ίδια εκτός ίσως του τελευταίου ψηφίου που όπως προαναφέραμε είναι το αβέβαιο.

Μπορούμε άραγε να μετρήσουμε την πυκνότητα της πλαστελίνης με μεγαλύτερη ακρίβεια με τα ίδια ακριβώς όργανα; Η απάντηση είναι ναι. Αρκεί να μετρήσουμε μεγαλύτερες ποσότητες. Αν πχ πάρουμε ένα κομμάτι πλαστελίνης 351,32 g και μετρήσουμε τον όγκο και τον βρούμε 167ml παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα θα πρέπει να το δώσουμε με 3 ψηφία αυτή τη φορά, όσα δηλαδή και τα σημαντικά ψηφία του όγκου. Άρα η πυκνότητα θα είναι 2,10 g/mL. Το συμπέρασμα είναι ότι η ακρίβεια της μέτρησης αυξάνεται (οπότε ελαττώνεται η αβεβαιότητα) όσο μεγαλύτερο είναι το μετρούμενο μέγεθος σε σύγκριση με την κλίμακα του οργάνου.

Έτσι για τη μέτρηση της πυκνότητας, είναι λάθος μεθοδολογία να χρησιμοποιήσουμε σφαιρικά κομμάτια πλαστελίνης όπως προτείνεται σε πολλούς εργαστηριακούς οδηγούς, αφού τότε ο όγκος της πλαστελίνης δεν είναι αρκετά μεγαλύτερος από την κλίμακα μέτρησης του ογκομετρικού κυλίνδρου. Για μεγαλύτερη ακρίβεια του πειράματος θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε κυλινδρικά κομμάτια πλαστελίνης όσο δυνατό μεγαλύτερου όγκου.

Ένα άρθρο σχετικό με το πυθαγόρειο θεώρημα και τη σύγκρισή του με τη περίφημη σχέση του Αιστάιν:

https://blogs.sch.gr/mourouzis/files/2020/12/61_pythagorio.pdf